|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Lycée secondaire jbel jloud** | **Devoir de synthèse n°1** | ***4ème sciences de l’informatique*** |
| ***Prof R.slim*** | ***Mathématiques*** | ***Durée :2heures*** |

***Exercice1(4points)***

On considère la suite numérique (un) définie sur ℕ par : u0 = a et pour tout entier naturel n,

 un+1 = un ( 2 – un) où a est un réel donné tel que 0 < a < 1.

1. On suppose dans cette question que a = $\frac{1}{8}$.
	1. Calculer u1 et u2.
	2. Dans un repère orthonormé d’unité graphique 8 cm, tracer, sur [0,2], la courbe représentative ( P )de la fonction f : x→x(2 – x ).
	3. Utiliser la courbe ( P ) pour construire sur l’axe des abscisses les points A1, A2, A3 d’abscisses respectives u1, u2, u3.
2. On suppose dans cette question que a est un réel quelconque appartenant à ]0 ; 1[.
	1. Montrer que pour tout entier naturel n, 0 < un < 1.
	2. Montrer que la suite ( un ) est croissante
	3. Que peut-on en déduire ?
3. On suppose à nouveau dans cette question que a = $\frac{1}{8}$.

On considère la suite numérique (vn) définie sur ℕ par vn = 1 – un.

* 1. Exprimer, pour tout entier naturel n, vn+1 en fonction de vn.
	2. En déduire l’expression de vn en fonction de n.
	3. Déterminer la limite de la suite (vn), puis celle de la suite ( un).

***Exercice2(6points)***

Le plan complexe est muni d’un repère orthonormé d’unité graphique 1cm.

1. Calculer (4 + 6i)²
2. Pour tout nombre complexe z, on pose p(z) =  z4 + 4 z3 + (8 - 12i) z² + (8 – 56 i) z – 96 - 32i.
	1. Calculer p ( - 4 ).
	2. Montrer que, dans ℂ, l’équation p(z) = 0 admet une solution imaginaire pure.
	3. Déterminer deux nombres complexes a et b tels que

p(z ) = [ z² + (4 – 2 i) z – 8 i ] [ z² + a z + b ].

* 1. Résoudre dans ℂ, l’équation p ( z ) = 0.
1. On pose z1 = 2 + 2i.
	1. Déterminer le module z1
	2. Ecrire $z\_{1}^{2012}$ sous forme algébrique.
2. On considère les points A, B, C et P d’affixes respectives :

zA= - 5 - 3 i ; zB = 1 - i  ; zC = - 2 – $\frac{2}{3}$ i  et zP = - 4 ,

et le vecteur $\vec{w}$ d’affixe $z\_{\vec{w}}$ =1 + 3 i.

1. Placer les points A,B,C et P dans le repère
2. Calculer $z\_{\vec{AP}}$ conclure
3. Déterminer l’affixe du point D pour que $z\_{\vec{BD}}=z\_{\vec{w}}$
4. Quelle est la nature de APDB

 5) Soit I le milieu de [AB],calculer l’affixe de I

***Exercice3(6points)***

1) Factoriser le trinôme g(x) = -x²− 14x +15.

2) A l'aide du changement de variable X =x², en déduire une factorisation de h(x) = -x4 = −1 4 x²+ 15

 3) Etudier le signe de h(x). Soit la fonction f définie sur IR par : $f\left(x\right)=\frac{-x^{3}+5x}{x^{2}+3}$

 Cf courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé

4) Déterminer les réels a et b de IR tels que, pour tout x de : $f\left(x\right)=ax+\frac{bx}{x²+3}$

5) Montrer que f est impaire. Qu'en déduire pour la courbe Cf ?

 6) Calculer f '(x). Montrer que$f^{'}\left(x\right)=\frac{\left(x²+15\right)\left(1-x²\right)}{\left(x²+3\right)^{2}}$ .

7) Dresser son tableau de variations.

 8) Soit ∆ la droite d'équation y = −x. Montrer que ∆ est asymptote à Cf . Etudier la position relative de la courbe Cf et de la droite ∆.

 9) Soit T la tangente à Cf au point d'abscisse 0.

 a) Écrire l'équation réduite de T.

 b) Étudier la position relative de la courbe Cf et de la droite T.

***Exercice4(4points)***

Résoudre le système suivant

$$\left\{\begin{array}{c}3x-y+z=0\\2x-y+2z=-1\\x+y-z=3\end{array}\right.$$